

## COMBINATORIA

**Principio Aditivo:** Se aplica cuando se realiza un evento, que tiene  $m$  formas de realizarlo, o el otro evento con  $n$  formas de realizarlo. El total de formas es  $m + n$ .

### Ejercicios.

1. Un repuesto de automóvil se vende en 3 tiendas de Puerto Natales y en 8 tiendas de Punta Arenas. ¿De cuántas formas se puede adquirir el repuesto?

- A)  $3^8$       B)  $8^3$       C) 11      D) 24

2. Para viajar de Puerto Montt a Temuco se puede optar por avión, autobús o tren. Existen 3 rutas para el avión, 4 para el autobús y 2 para el tren. ¿Cuántas rutas hay para viajar?

- A) 24      B) 12      C) 9      D) 4      E) 2

**Principio Multiplicativo:** Se aplica cuando se realiza un evento, que tiene  $m$  formas de realizarlo, y luego se realiza el otro evento, con  $n$  formas de realizarlo. El total de formas es  $m \cdot n$ .

### Ejercicios.

1. Si Rodrigo dispone de 4 camisas diferentes y 3 pantalones, también diferentes, entonces ¿de cuántas maneras diferentes puede vestirse Rodrigo?

- A) 3      B) 4      C) 7      D) 12      E) 24

2. ¿Cuántos números de dos cifras pueden formarse con los dígitos: 1; 2; 3; 4 y 5, si se pueden repetir los dígitos?

- A) 10      B) 15      C) 20      D) 25

Entonces, ¿cómo podemos distinguir cuando hacer uso del principio multiplicativo y cuando del aditivo? Es muy simple, si la actividad a desarrollar tiene varias alternativas para ser llevada a cabo, haremos uso del principio aditivo. Cuando se trata de una sola actividad, la cual requiere para ser llevada a efecto de una serie de pasos, entonces haremos uso del principio multiplicativo.

**Ejercicio.** De la ciudad A a la ciudad B, se puede ir mediante 2 buses o 3 trenes. De la ciudad B a la ciudad C se puede ir mediante 2 barcos, 2 trenes o 3 aviones. ¿De cuántas formas se puede ir de la ciudad A a la ciudad C, pasando por B?

- A) 35      B) 12      C) 72      D) 5

**Factorial:** Sea  $n$  un número natural, entonces  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$ . Definiéndose  $0! = 1$ .  
Ejemplo:  $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Fórmula de recurrencia. La expresión  $n!$  se puede expresar como  $n \cdot (n-1)!$  o como  $n(n-1)(n-2)!$ , también  $n(n-1)(n-2)(n-3)!$ , etc.

Ejemplo:  $7! = 7 \cdot 6!$

$k! = k \cdot (k-1) \cdot (k-2)!$

$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!$

Esta fórmula de recurrencia nos será muy útil cuando tengamos que resolver ejercicios de combinatoria.

**Ejercicios.** Calcular a)  $\frac{7! \cdot 4!}{6!}$       b)  $\frac{12!}{4! \cdot 8!}$

## PERMUTACIÓN

Es la agrupación de  $n$  elementos en grupos de  $k$  elementos, donde  $k = n$ . Los elementos de cada grupo pueden estar en otro orden en algún otro grupo. Por lo tanto, **importa el orden**.

$$P = n!$$

### Ejercicios.

1. ¿Cuántos números de 4 cifras podemos escribir con los dígitos 6, 7, 8, y 9, sin que ninguno se repita?

- A) 4      B) 8      C) 12      D) 16      E) 24

2. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse cinco personas en una fila de butacas?

- A) 5    B) 10    C) 20    D) 60    E) 120

**Permutación con repetición:** Son los distintos grupos de  $n$  elementos que se pueden hacer de forma que en cada grupo, cada elemento aparezca el número de veces indicado y que dos grupos se diferencian únicamente en el orden de colocación.

$$Pr = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

**Ejercicios.**

1. En el mástil de señales de un barco se pueden izar 3 banderas rojas, 2 azules y 4 verdes. ¿Cuántas señales distintas pueden indicarse con la colocación de las 9 banderas?

- A) 9    B) 24    C) 288    D) 9!    E) 1.260

2. ¿Cuántas palabras con o sin sentido se pueden formar con todas las letras de la palabra MATEMATICA?

- A) 6!    B) 10!    C)  $\frac{10!}{2! \cdot 3!}$     D)  $\frac{7!}{10!}$     E)  $\frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 3!}$

**Permutación circular:** Se utilizan cuando los elementos se han de ordenar "en círculo", no habiendo un primer o último elemento. **Importa el orden** y para calcular sus permutaciones se considera fija la posición de uno de los elementos.

$$Pc = (n - 1)!$$

**Ejercicios.**

1. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse 4 personas alrededor de una mesa redonda?

- A) 4    B) 6    C) 8    D) 24    E) 64

2. En un grupo de 6 amigos, hay una pareja de novios. ¿De cuántas maneras pueden sentarse alrededor de una fogata, si los novios deben sentarse siempre juntos?

- A) 6    B) 12    C) 24    D) 48    E) 64

**VARIACIÓN**

Es la agrupación de  $n$  elementos en grupos de  $k$  elementos, donde  $k < n$ . Los elementos de cada grupo pueden estar en otro orden en algún otro grupo. Por lo tanto, **importa el orden**.

$$V = \frac{n!}{(n-k)!}$$

**Ejercicios.**

1. ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 3, 5, 7 y 9, sin repetir ninguno de ellos?

- A) 120    B) 60    C) 30    D) 15    E) 5

2. Marta, Raquel y Alejandro se han presentado a un concurso de pintura. El concurso otorga \$200.000 al primer lugar y \$100.000 al segundo. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios de primer y segundo lugar?

- A) 2    B) 3    C) 6    D) 9

**Variación con repetición:** Es la agrupación de  $n$  elementos tomados de  $k$  en  $k$  a todas a las agrupaciones que podemos formar con  $m$  elementos de  $A$  independientemente de que se pueda repetir alguno.

$$Vr = n^k$$

**Ejercicios.**

1. Con un punto y una raya (símbolos clásicos del alfabeto Morse), ¿cuántas señales distintas de 5 dígitos pueden hacerse?

- A) 5    B) 16    C) 32    D) 64    E) 120

2. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5?

- A) 3      B) 10      C) 243      D) 120      E) 125

**COMBINACIÓN**

Es la agrupación de n elementos en grupos de k elementos, con  $k < n$ , en que los elementos de cada grupo no pueden estar en otro orden en algún otro grupo. O sea, **no importa el orden de los elementos**.

$$C = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**Ejercicios.**

1. En un curso de 20 alumnos se quiere formar una comisión de 3 alumnos. ¿De cuántas maneras distintas se puede formar dicha comisión?

- A) 3      B) 60      C) 20!      D) 1.140

2. Para aprobar un examen de 5 preguntas hay que contestar bien 2 de ellas. ¿De cuántas formas diferentes se pueden elegir las dos preguntas?

- A) 2      B) 5      C) 10      D) 20

**Combinación con repetición:** La combinación se efectúa en grupos con repetición de los elementos y donde **no importa el orden de los elementos**.

$$C_r = \frac{(n + k - 1)!}{k!(n - 1)!}$$

**Ejercicios.**

1. En una actividad deportiva, en la que participan 10 personas, se va a hacer entrega de 3 diplomas a participantes que destacaron durante el primer semestre del año. Determinar de cuántos modos puede hacerse, si los diplomas son iguales y un mismo participante puede recibir más de uno.

- A) 120      B) 1000      C) 720      D) 220

2. En un negocio se venden bebidas de 8 marcas diferentes. ¿De cuántas formas se pueden elegir 5 bebidas?

- A) 792      B) 495      C) 56      D) 40

**En resumen:** Para saber si un problema dado se trata de una permutación, variación o combinación, te debes hacer las siguientes preguntas:

- ¿Importa el orden?
- ¿Intervienen todos los elementos?
- ¿Se repiten los elementos?

